

**А. В. Телегин, В. Г. Сальников, Ю. М. Денчик**  
ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет водного транспорта»  
(г. Новосибирск, Россия)

**А. И. Ширковец**  
ООО «Болид» (г. Новосибирск, Россия)

## **ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЖОНСОНА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДУГОВЫХ ЗАМЫКАНИЙ**

Моделирование переходных процессов при дуговом однофазном замыкании на землю (ОЗЗ) в кабельной изоляции связано с допущениями о неучете случайности момента каждого повторного пробоя и взаимосвязи амплитудных, скоростных и временных параметров замыкания на землю, являющихся случайными величинами. Поэтому определение статистических характеристик параметров дуговых замыканий, происходящих в кабельных сетях среднего напряжения, является актуальной задачей.

Нормальный закон является наиболее часто встречающимся на практике законом распределения случайных величин. Главные особенности, выделяющие нормальный закон среди других законов, состоят в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при возрастании объема выборки, и то, что схема его возникновения соответствует многим реальным физическим процессам, порождающим результаты обрабатываемых наблюдений.

Однако на практике не всегда возможно однозначно выбрать тот или иной закон распределения, при этом попытки применить критерии нормальности, экспоненциальности или равномерности распределения случайных величин оказываются неудачными. Возникает необходимость подобрать по экспериментальным данным распределение, которое удовлетворительно описывало бы имеющийся экспериментальный материал.

С участием авторов была разработана система регистрации, предназначенная для мониторинга и осциллографирования высокочастотных процессов при любых видах однофазных и коротких замыканий в электрических сетях [2, 3], позволяющая производить детальный анализ аварийных событий в электрических сетях, оценивать реальный уровень перенапряжений и определять временные параметры аварийных событий.

### **Статистический анализ параметров дугового замыкания**

Рассмотрим дуговое ОЗЗ в кабеле 10 кВ с бумажно-пропитанной изоляцией, зарегистрированное в сети 10 кВ с помощью разработанной системы регистрации (рисунок 1), со следующими параметрами:

- количество дуговых пробоев: 113;
- общая продолжительность дугового ОЗЗ до его ликвидации: 3,08с;
- количество процессов непрерывного горения дуги: 43,  $t_{DUG} = (4,0 - 37,2)$  мс;
- наибольшая кратность перенапряжений: 2,22 ( $K_U = U_{ПЕР}/U_{ФМАХ} = 18,96\text{кВ} / 8,53\text{кВ}$ ).

По полученной осциллограмме выполнен статистический анализ параметров дугового замыкания на землю в рассматриваемой кабельной сети. Для этого составлены выборки длительности горения дуги  $t_{DUG}$ ; длительности бестоковых пауз  $\Delta t$ ; уровней перенапряжений  $K_U$ ; напряжения пробоя поврежденной фазы  $U_{ПР}$ . Для корректного статистического описания выборок  $U_{ПР} = [2,51...12,38]$  кВ =  $[0,31...1,52] \cdot U_{ФМАХ}$ ,  $t_{DUG} = [4,0...37,2]$  мс,  $\Delta t = [4,6...131,4]$  мс и  $K_U = [1,47...2,22]$  о.е. использованы методы математической статистики. Полные выборки рассматриваемых случайных величин не приводятся, чтобы не перегружать статью.

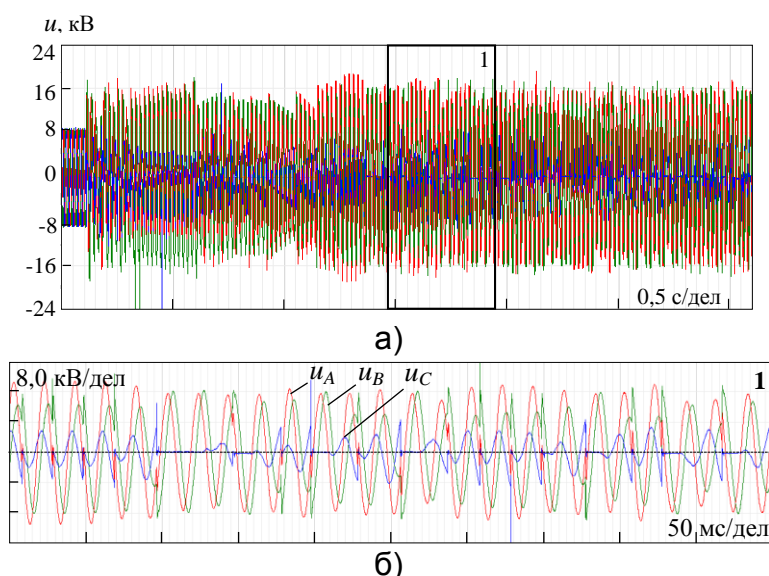


Рисунок 1 – Натурная осциллограмма (а) однофазного дугового замыкания в кабеле с бумажно-пропитанной изоляцией в сети 10 кВ и ее увеличенный фрагмент (б)

Длительность горения дуги  $t_{DUG}$  и длительность бестоковых пауз  $\Delta t$  являются случайными величинами с характеристиками, зависящими от электрической прочности изоляции, скорости восстановления напряжения на поврежденной фазе и иных параметров переходного процесса. Стохастический характер приведенных параметров определяется случайностью момента пробоя изоляции.

Из рассматриваемых параметров нормальному закону соответствует только выборка напряжения пробоя  $U_{ПР}$ . Гипотеза о соответствии выборок  $t_{DUG}$ ,  $\Delta t$ ,  $K_U$  нормальному закону была отклонена на уровне значимости 0,05. Проверка нормальности законов распределения производилась с помощью критерия Д'Агостино, который является одним из наиболее эффективных критериев проверки соответствия нормальному закону [1].

Далее была выполнена проверка гипотез о равномерном законе распределения выборок  $t_{DUG}$ ,  $\Delta t$  и  $K_U$  по критерию Саркади-Косика и экспоненциальном распределении по критерию Колмогорова-Смирнова [1]. Гипотезы отклонены на уровне значимости 0,05.

Поскольку гипотезы о принадлежности выборок случайных величин  $t_{DUG}$ ,  $\Delta t$  и  $K_U$  нормальному, экспоненциальному и равномерному законам распределения были отклонены, для них необходимо подобрать по экспериментальным данным распределение, которое удовлетворительно описывало бы имеющийся экспериментальный материал.

Для аппроксимации имеющихся эмпирических распределений целесообразно применить кривые распределения Джонсона, получающиеся с помощью преобразований плотности нормального распределения. Н.Л. Джонсон предложил три формы функционального преобразования, где  $\varepsilon$  и  $\lambda$  – параметры распределения Джонсона [1]:

$f_1(x; \varepsilon, \lambda) = \ln\left(\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$	$f_2(x; \varepsilon, \lambda) = \ln\left(\frac{x - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - x}\right)$	$f_3(x; \varepsilon, \lambda) = \text{Arsh}\left(\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$
$x \geq \varepsilon$	$\varepsilon \leq x \leq \varepsilon + \lambda$	$-\infty < x < \infty$

Подбор кривых распределения Джонсона по экспериментальным данным проводится в два этапа. Сначала определяется подходящее семейство распределений ( $S_L$ ,  $S_B$  или  $S_U$ ). Затем находятся оценки параметров выбранного семейства. Им соответствуют семейства кривых  $S_L$ ,  $S_B$  и  $S_U$  Джонсона.

Рекомендуется следующая приближенная процедура выбора типа распределения через эмпирические оценки третьего ( $\alpha_3$ ) и четвертого ( $\alpha_4$ ) моментов:

если $\hat{\alpha}_4 > 3(1 + 0,641\hat{\alpha}_3^2)$ – выбирается семейство $S_U$ ;	При $\alpha_4 < 1 + \alpha_3$ кривые Джонсона неприменимы.
если $\hat{\alpha}_4 \approx 3(1 + 0,641\hat{\alpha}_3^2)$ – выбирается семейство $S_L$ ;	
если $\hat{\alpha}_4 < 3(1 + 0,641\hat{\alpha}_3^2)$ – выбирается семейство $S_B$ .	

Расчетные значения для определения семейства кривых распределения Джонсона представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Выбор семейства кривых распределения Джонсона

Расчетные значения для определения семейства кривых распределения Джонсона	$t_{DUG}$ , мс	$\Delta t$ , мс	$K_U$ , о.е.
$n$ (количество элементов выборки)	43	113	112
$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	63,708	264,580	0,017
$\hat{\alpha}_3 = \frac{1}{ns^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3$	1,811	4,060	–0,470
$\hat{\alpha}_4 = \frac{1}{ns^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4$	5,340	23,746	4,181
$3(1 + 0,641\hat{\alpha}_3^2)$	9,309	34,698	3,425
$1 + \hat{\alpha}_3$	2,811	5,060	0,530
Выбранное семейство кривых Джонсона	$S_B$	$S_B$	$S_U$

Уравнение для плотности распределения кривых семейства  $S_U$  имеет вид:

$$f(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2 + \lambda^2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \gamma + \eta \ln \left[ \frac{x-\varepsilon}{\lambda} + \left[ \left( \frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right)^2 \right\},$$

$$-\infty < x < \infty, \eta > 0, -\infty < \gamma < \infty, \lambda > 0, -\infty < \varepsilon < \infty.$$

Рассмотрим определение параметров распределения Джонсона для выборки кратностей перенапряжений  $K_U$ . Случайная величина, имеющая распределение  $S_U$  Джонсона, теоретически не ограничена, и в общем случае все четыре параметра  $\gamma$ ,  $\eta$ ,  $\lambda$  и  $\varepsilon$  неизвестны и должны быть оценены по выборке. Формулы и расчетные значения параметров распределения  $S_U$  Джонсона приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчетные значения параметров распределения Джонсона типа  $S_U$  для выборки кратностей перенапряжений  $K_U$

Формула параметра	Значение
$\varepsilon = \bar{x} + \hat{\lambda} \sqrt{\omega} \operatorname{sh} \left( \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\eta}} \right)$	1,809
$\hat{\lambda} = s \left\{ \frac{1}{2} (\omega - 1) \left[ \operatorname{sch} \left( \frac{2\hat{\gamma}}{\hat{\eta}} \right) + 1 \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}$	0,271

Параметры  $\gamma$ ,  $\eta$  распределения Джонсона являются табличными и зависят от значений  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ . В данном случае  $\gamma = -0,7503$  и  $\eta = 2,396$ .

По известному уравнению плотности распределения  $f(x)$  можно получить функцию распределения, проинтегрировав выражение  $f(x)$  в заданных пределах численно в программном пакете MATLAB и построим искомую функцию распределения.

Полученный график плотности и функции распределения для выборки  $K_U$  представлен на рисунке 2, там же представлена гистограмма эмпирической плотности распределения. Зеленым цветом показана плотность и функция распределения нормального закона распределения.

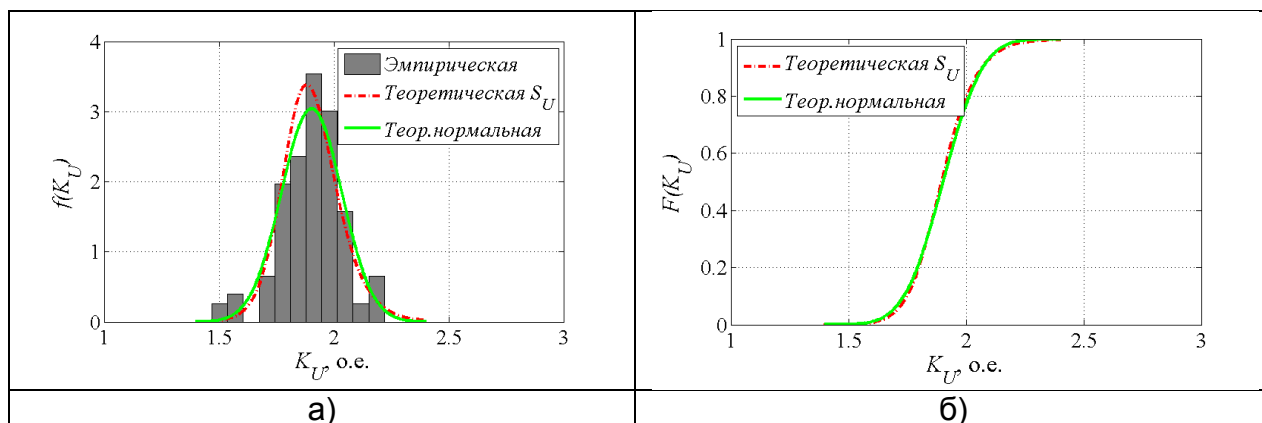


Рисунок 2 – Плотности (а) и функции (б) распределения Джонсона типа  $S_U$  для уровней перенапряжений  $K_U$

Рассчитаем значение, ниже которого наблюдается величина кратностей перенапряжений  $K_U$  с вероятностью 0,95.

Квантили  $u_\alpha^x$  эмпирического семейства  $S_U$  выражаются через квантили  $u_\alpha$  стандартного нормального распределения с помощью формулы [1]:

$$u_\alpha^x = \varepsilon + \lambda \cdot sh\left(\frac{u_\alpha - \gamma}{\eta}\right).$$

Для того, чтобы найти значение  $K_U^*$ , для которого  $\alpha = P(K_U \leq K_U^*) = 0,95$ , учитывая, что  $u_\alpha = u_{0,95} = 1,645$ , и полагая по определению  $x^* = u_\alpha^x = u_{0,95}^x$ , находим:

$$u_{0,95}^x = 1,809 + 0,271 \cdot sh\left(\frac{1,645 + 0,7503}{2,396}\right) = 2,13.$$

Следовательно,  $K_U \leq 2,13$  с вероятностью  $\alpha = 0,95$ .

#### Выводы

1 Полученные результаты по уровням перенапряжений  $K_U \leq 2,2$  и с вероятностью 0,95  $K_U \leq 2,13$  для кабельной сети с бумажно-пропитанной изоляцией могут быть распространены на широкий класс распределительных городских сетей подземного исполнения, эксплуатируемых более 20 – 25 лет.

2 Для аппроксимации эмпирических распределений параметров электромагнитного процесса, не удовлетворяющих «простым» законам распределения, в рамках методологии статистического анализа предлагается применять кривые распределения Джонсона, получающиеся с помощью преобразований нормального распределения.

3 Подтверждено, что большой объем выборок для параметров дугового замыкания в кабельной изоляции ( $n \geq 100$ ) не гарантирует соответствия случайных величин нормальному закону распределения. Проверка выборок может быть выполнена с использованием мощных критериев Д'Агостино, Саркади-Косика и Колмогорова-Смирнова.

#### Список использованных источников

- 1 Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных сотрудников / А. И. Кобзарь. – М. : Физматлит, 2006. – 816 с.
- 2 A. Shirkovets, A. Telegin, V. Senchenko, V. Kirichenko. High-Frequency Recording System for Transient Processes in 6-110 kV Electrical Networks // Electric Power Quality and Supply Reliability : Proceedings of PQ2014 9th International Conference, Rakvere, Estonia, June 11-13, 2014. – Tallinn : Tallinn University of Technology, 2014. – P. 69–73.
- 3 Телегин, А. В. Исследование переходных процессов при аварийных событиях в городской электрической сети с использованием высокочастотной системы регистрации / А. В. Телегин, А. И. Ширковец, В. А. Сенченко, В. С. Кириченко, Ю. М. Денчик // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – 2014. – № 4. – С. 369–374.

**Г. В. Малков, Р. М. Мухутдинов, В. В. Гоман, С. А. Федорев**